חטיבת הביניים גוונים
בית ספר למנהיגות מעצבת

תיכון ממלכתי ראש העין

חטיבת ביניים הילקי

בדרך לתיכון...

מ-ט' ל-י'

חוברת עבודה במתמטיקה

לרמה 4-5 יח"ל

יש להגיש את העבודה בשיעור הראשון של שיעור מתמטיקה.

בהצלחה!

רכזות מתמטיקה

איריס דוכן, תיכון בגין

אורית ירון, חטיבת היובל

אור דורון, חטיבת גוונים

תלמידים יקרים שלום רב,

מצורפת רשימת תרגילים שיש להכין ולהגיש בשיעור הראשון במתמטיקה בתיכון. יש להדפיס את העמוד הבא ולצרף אותו כדף פתיחה לעבודה שתגישו. רשמו את הערותיכם ורשמו כמה זמן לקח לכם פחות או יותר.

בבקשה סמנו ✓ (בירוק) מתחת לכל תרגיל שפתרתם בהצלחה או * (באדום) מתחת לכל תרגיל שהתקשיתם בפתרונו. *** חשוב מאוד להגיש גם תרגילים שלא הצלחתם לפתור נכון על מנת שנוכל לעקוב על הקשיים באותו נושא (סמנו אותם בדף בסימן ?)

המשבצת "מתי" תסייע לכם בתכנון וארגון הזמן, רשמו מתי בכוונתכם להכין את השיעורים, השתדלו לבצע תכנון ריאלי ולעמוד בו.

בתרגילים בגיאומטריה יש להעתיק את השרטוט לדף שבו אתם פותרים את התרגיל. (יש לשרטט עם סרגל)

יש לכתוב בצורה מסודרת ולהגיש את העבודה בשמרדף.

בהצלחה !!

רשימת התרגילים

שם משפחה		שם פרטי	
תאריך הגשה:			
כמה זמן לקח לי:			
הערות:			

מתי?	אלגברה										
	עמוד	תרגילים									
	5	29	31	33	35	37					
	6	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84
	7	1	2	4							
	8	5	6								
	9	1	3	4	5						
	10	9	11								

מתי?	גיאומטריה										
	עמוד	תרגילים									
	11	1	2	3							
	12	4	5	6							
	13	1	2	3							
	14	1	2	3	4						
	15	5	1	2	3	4					
	16	1	2	3							
	17	1	2	3							
	18	1	2	3							
	19	1	2								
	20	4	5	6	7	8					

פתור את מערכות המשוואות הבאות בדרך הנוחה ביותר:

.29

$$3(2y-5)=6+x$$
$$2(3x-4)=4x-2$$

.31

$$6-(x+8)=(x+y)2$$
$$5+(y-2)=14-(x+3)4$$

.33

$$\frac{x}{6}+\frac{y}{5}=6$$
$$\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=1$$

.35

$$7x-2y=15$$
$$\frac{2x+3y}{5}-2=\frac{x}{3}$$

.37

$$\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=2$$
$$\frac{x+y}{5}-\frac{2x-y}{4}=1-\frac{x}{6}$$

תשובות **.29** $(3;4)$. **.31** $(0;-1)$.

.33 $(12;20)$. **.35** $(3;3)$. **.37** $(6;4)$.

פתור את המשוואות הבאות (היעזר בפירוק לגורמים):

.66 $\frac{2}{x^2-5x+4}=\frac{1}{x-4}$

.68 $\frac{5}{x+3}+\frac{8}{x+6}=\frac{80}{x^2+9x+18}$

.70 $\frac{8}{x^2-3x-10}+1=\frac{8}{x+2}-\frac{1}{5-x}$

.72 $\frac{x+12}{x^2+4x}=\frac{4x+27}{x^2+2x-8}$

.74 $\frac{2x}{2x+5}=\frac{7-x}{2x^2-x-15}$

.76 $\frac{3}{2x-3}+\frac{14}{4x^2+4x-15}+5=0$

.78 $\frac{3x+5}{x-5}-\frac{x-2}{4x-3}=\frac{4}{4x^2-23x+15}$

.80 $\frac{x+4}{3x+1}-\frac{4x+5}{9x^2+18x+5}=\frac{8x+15}{3x+5}$

.82 $\frac{x+4}{2x+14}+\frac{x+4}{2x+2}=\frac{9}{x^2+8x+7}$

.84 $\frac{5x-8}{2x-2}+\frac{2x+25}{15x-3}=\frac{x+143}{5x^2-6x+1}$

.66 3 . **.67** 2 , $-1\frac{2}{3}$. **.68** 2 . **.69** 6 , 7 . **.70** 6 . **.71** 9 , 2.875 . **.72** -3 , $-2\frac{2}{3}$.
.73 -5 , $-6\frac{2}{3}$. **.74** $3\frac{1}{2}$, -1 . **.75** 1 , -5.1 . **.76** 1 , -2.3 . **.77** 3 . **.78** 1 , $-2\frac{7}{11}$.
.79 3 . **.80** 0 , $-1\frac{19}{21}$. **.81** 2 . **.82** אין פתרון. **.83** אין פתרון. **.84** 4 , $-2\frac{63}{79}$.

חישובי אורכים ושטחים במערכת הצירים - פרבולה

1. נתון גרף הפרבולה $f(x)=-x^2-2x+15$ שקדקודה A.
הפרבולה חותכת את הצירים בנקודות B, C ו-D כמתואר בשרטוט.
   א. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
   ב. חשב את אורך הקטע CD.
   ג. חשב את שטח המשולש ΔACO.
   ד. העבר על גבי השרטוט את הישר BC.
   מצא את משוואת הישר העובר בנקודה D ומקביל לישר BC.

2. נתון גרף פרבולה.
   א. קבע איזו מהפונקציות הבאות מתאימה לגרף הנתון:
   $f(x)=(x-5)^2+4$, $g(x)=(x+5)^2-4$, $h(x)=(x+5)^2+4$.
   נימוק: _____
   ב. מצא את שעורי הנקודות A, B ו-C בהן חותכת הפרבולה את הצירים.
   ג. חשב את שטח המשולש ΔABD.
   ד. העבר על גבי השרטוט את הישרים BD ו-AC , חשב את שיפועיהם וקבע לאיזה מהישרים האלו יש שיפוע גדול יותר.

4. נתונה הפרבולה $f(x)=-x^2+6x$ החותכת את הצירים בנקודות A ו-C, וקדקודה בנקודה B.
   א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
   ב. חשב את אורכו של הקטע BD המקביל לציר ה-y.
   ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.
   ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה.
   ה. קבע איזו מהפרבולות הבאות צרה יותר:
   1. $f(x)$. 2. $g(x)=-3x^2+6x$. 3. $g(x)=0.5x^2-90x$.
   נימוק: _____

5. נתונה הפרבולה $f(x)=x^2-9$ שקדקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודות : $A(_,_)$, $B(_,_)$, $C(_,_)$.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

ג. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה.

ד. השלם את האורכים : ____ יחי אורך = BO, ____ יחי אורך = AC.

ה. חשב את שטח המשולש ΔABC.

ו. (*) מזיזים את הפרבולה הנתונה שלוש יחידות שמאלה ושתי יחידות למעלה.
השלם : משוואת הפרבולה החדשה המתקבלת לאחר ההזזה היא : _____.

6. נתונה הפרבולה $f(x)=(x-2)^2$ שקדקודה A.

א. השלם את שיעורי הנקודות : $A(_,_)$, $B(_,_)$.

ב. חשב את שטח המשולש ΔABO.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה.

ה. (*) מזיזים את הפרבולה הנתונה חמש יחידות ימינה וארבע יחידות למטה. השלם : משוואת הפרבולה החדשה המתקבלת לאחר ההזזה היא : _____.

פתרונות:

1) א. $A(-1,16),B(0,15),C(-5,0),D(3,0)$. **ב.** 8 יחי אורך. **ג.** 40 יחי"ר. **ד.** $y=3x-9$.

2) א. $g(x)$. בשרטוט, קדקוד הפרבולה מופיע ברביע השלישי כך שרק $g(x)$ מתאימה.

ב. $A(-7,0),B(-3,0),C(0,21)$. **ג.** 8 יחי"ר. **ד.** שיפוע הישר AC גדול יותר.

4) א. $A(0,0),B(3,9),C(6,0)$. **ב.** 9 יחי אורך. **ג.** עלייה : $x<3$, ירידה : $3<x$.

ד. חיוביות : $0<x<6$, שליליות : $6<x$ או $x<0$. **ה.** 2. ככל שהמקדם של x^2 גדול יותר בערכו המוחלט, כך הפרבולה צרה יותר. **5) א.** $A(-3,0),B(0,-9),C(3,0)$. **ב.** עלייה : $0<x$, ירידה : $x<0$. **ג.** חיוביות : $3<x$ או $x<-3$, שליליות : $-3<x<3$. **ד.** 9 יחי אורך = BO , 6 יחי אורך = AC . **ה.** 27 יחי"ר.

ו. $y=(x+3)^2-7=x^2+6x+2$. **6) א.** $A(2,0),B(0,4)$. **ב.** 4 יחי"ר. **ג.** עלייה : $2<x$, ירידה : $x<2$.

ד. חיוביות : $x\neq 2$, שליליות : אף x. **ה.** $y=(x-7)^2-4=x^2-14x+45$.

חישובי אורכים ושטחים במערכת הצירים - פרבולה וישר

1. נתונה הפרבולה $f(x)=x^2-4x+3$ שקדקודה בנקודה A.

א. על גבי מערכת הצירים הנתונה, שרטט סקיצה של גרף הפרבולה.

ב. הפרבולה חותכת את ציר ה-y בנקודה B ואת ציר ה-x בנקודות C ו-D. שיעור ה-x של הנקודה C קטן מזה של הנקודה D. העבר על גבי השרטוט את הישרים BC ו-BD ומצא את משוואותיהם.

ג. הוכח: $\measuredangle CAD = 90^0$.

ד. השלם: שטח המשולש ΔCAD הוא: _____ יח"ר.

3. הפרבולה: $f(x)=-x^2-4x+c$ חותכת את ציר ה-y בנקודה $(0,12)$.
מהנקודות A ו-B הורידו אנכים לצירים כמתואר בשרטוט.
נתון: 1 יח' אורך $=BD$, 12 יח' אורך $=AC$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר c.

ב. השלם את שיעורי הנקודות: $A(_,_)$, $B(_,_)$.

ג. מצא את התחום שבו הפרבולה $f(x)$ יורדת ושלילית.

ד. חשב את שטח המשולש ΔACO ואת שטח הטרפז BDOE.

ה. קבע האם הישר AE עובר דרך הנקודה D. נמק.

נימוק: _____

4. נתון גרף פרבולה החותך את ציר ה-x בנקודות $(10,0)$ ו- $(-2,0)$.

א. קבע לאיזו משתי הפונקציות הבאות מתאים הגרף הנתון:
$f(x)=-(x-2)(x+10)$ או $g(x)=-(x+2)(x-10)$. נמק.

ב. בשרטוט מופיע ישר העובר דרך הנקודה $(10,0)$ וחותך את ציר ה-y בנקודה $(0,5)$. מצא את משוואת הישר.

ג. מצא עבור אילו ערכי x, ערכי הישר גדולים מערכי הפרבולה.

ד. הקף את הנקודה או הנקודות הנמצאות על גרף הפרבולה.
1. $(3,35)$. 2. $(6,31)$. 3. $(-1,11)$. 4. $(11,-12)$.

ה. עבור כל אחד מההיגדים הבאים הקף בעיגול אם הוא נכון או לא נכון:
1. הישר $y=30$ חותך את גרף הפרבולה ברביע הראשון בלבד. נכון / לא נכון.
2. לפרבולה הנתונה ולפרבולה $h(x)=-(x+2)(x-6)$ יש אותו ציר סימטריה. נכון / לא נכון.

5. ישר ששיפועו 2 חותך את גרף הפרבולה: $f(x)=x^2-4x+4$.
בנקודות A ו-B. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 4.

א. השלם: משוואת הישר AB היא: _____.

ב. מצא עבור אילו ערכי x הישר וגם גרף הפרבולה עולים.

ג. מצא עבור אילו ערכי x נמצא גרף הפרבולה מתחת לישר.

ד. קבע איזו פרבולה רחבה יותר: $f(x)$ או $g(x)=0.5(x-2)^2$.

נימוק: _____.

9. בין גרף הפרבולה: $f(x)=x^2-4x-8$ לבין ציר ה-y כלוא המשולש ΔABO הצבוע באפור ששטחו 20 יח"ר.

א. השלם את שיעורי הנקודה: $A(_,_)$.

ב. מצא את משוואות הישרים AO ו-AB.

ג. נתון: קדקוד הפרבולה בנקודה C. חשב את שטח המשולש ΔBCO.

ד. (*) הנקודה D נמצאת על הקטע AO. קבע איזו מהמשוואות הבאות עשויה להיות משוואת BD:

1. $y=0.6x-8$. 2. $y=2x-8$. 3. $y=-x-8$. 4. $y=5x+8$.

נימוק: _____.

11. (*) המלבן ABCD כלוא בין הפרבולה $f(x)=2x^2$ לבין הישר $g(x)=-x+10$ וציר ה-x. נתון: 2 יח' אורך = BC.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. חשב את שטח המלבן ABCD.

ג. מצא את התחום שבו מתקיים: $g(x)<f(x)$.

ד. מצא עבור אילו ערכי k יהיו לישר $y=k$ ולפרבולה שתי נקודות חיתוך.

פתרונות: 1) **א.** השרטוט משמאל. **ב.** משוואת BC: $y=-3x+3$, משוואת BD: $y=-x+3$. **ד.** 1 יח"ר. 3) **א.** $c=12$. **ב.** $A(-4,12),B(1,7)$. **ג.** $2<x$. **ד.** שטח המשולש 24 יח"ר, שטח הטרפז 10.5 יח"ר. **ה.** לא. 4) **א.** $g(x)$. **ב.** $y=-0.5x+5$. **ג.** $10<x$ או $x<-1.5$. **ד.** 1, 3. **ה.** 1) נכון. 2) לא נכון. 5) **א.** $y=2x-4$. **ב.** $2<x$. **ג.** $2<x<4$. **ד.** $g(x)$. כאשר המקדם של x^2 חיובי, אז ככל שהוא קטן יותר כך הפרבולה רחבה יותר 9) **א.** $A(5,-3)$. **ב.** משוואת AO: $y=-0.6x$, משוואת AB: $y=x-8$. **ג.** 8 יח"ר. **ד.** משוואה 2 כי שיפוע BD מוכרח להיות גדול משיפוע AB שהוא 1 והישר מוכרח לחתוך את ציר ה-x בנקודה B ששיעור ה-y שלה הוא 8-. 11) **א.** $A(1,2),B(8,2)$. **ב.** 14 יח"ר **ג.** $2<x$ או $x<-2.5$. **ד.** $0<k$.

משולש שווה-שוקיים

1. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
הנקודות D ו- E נמצאות על
הבסיס BC כך ש- $BD = CE$.
א. הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta ACE$.
ב. הוכח: $AD = AE$.

2. המשולש ADE הוא שווה-שוקיים $(AD = AE)$.
נתון: $DC = BE$.
הוכח: המשולש ABC
הוא שווה-שוקיים.

3. במשולש ABC נתון:
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$,
$\sphericalangle DBC = \sphericalangle DCB$.
הוכח: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$.

4. BD ו- CE הם תיכונים לשוקיים במשולש
שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
א. הוכח: $\Delta BCE \cong \Delta CBD$.
ב. הוכח: $BF = CF$.

5. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
BD חוצה את הזווית ABC ,
ו- CE חוצה את הזווית ACB .
הוכח: $DF = EF$.

6. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
נתון: $AF = AG$, $BD = CE$.
הוכח: המשולש KDE
הוא שווה-שוקיים.

משולש ישר זווית

1. BD הוא הגובה ליתר AC במשולש ישר-זווית ABC ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$).
נתון: E אמצע הקטע BC.
הוכח: $\sphericalangle CDE = \sphericalangle ABD$.

2. AD הוא התיכון לצלע BC
ו- BE הוא הגובה לצלע AC
במשולש ABC.
הוכח: $BD = DE$.

3. D ו- E הן נקודות על הצלע BC
במשולש ABC. נתון: $BD = DE = EC$,
$AD \perp AC$, $AB \perp AE$.
הוכח: המשולש ADE
הוא שווה-צלעות.

משולש ישר זווית שבו אחת הזוויות היא בת 30°

1. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$).
הזווית A גדולה פי שניים מהזווית B.
א. חשב את גודל הזווית B.
ב. נתון: $AC + AB =$ 6 ס"מ. חשב את אורך הניצב AC.

תשובה: א. 30°. ב. 2 ס"מ.

2. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$).
CD הוא הגובה ליתר AB.
נתון: $\sphericalangle B = 30^\circ$, $AD =$ 4 ס"מ.
א. חשב את אורך הצלע AC.
ב. חשב את אורך הקטע BD.

תשובה: א. 8 ס"מ. ב. 12 ס"מ.

3. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
נתון: $CD \perp AB$, $DE \perp BC$, $\sphericalangle A = 60^\circ$,
$AC =$ 16 ס"מ.
חשב את אורך הקטע DE.

תשובה: 12 ס"מ.

4. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle C = 90^\circ$).
AD הוא חוצה-הזווית של $\sphericalangle BAC$.
נתון: $\sphericalangle B = 30^\circ$.
הוכח: $BC = 3DC$.

5. במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$,
BE ו- CD הם גבהים הנפגשים בנקודה M.
א. (1) הוכח כי $BD = EC$.
(2) הוכח כי $DE \parallel BC$.
ב. נתון: $\sphericalangle ABC = 60^\circ$.
מצא את היחס $\frac{DM}{MC}$.

תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.

מקבילית

1. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
BE חוצה את הזווית ABC
ו- DF חוצה את הזווית ADC.
הוכח: המרובע $BEDF$ הוא מקבילית

2. אלכסוני המקבילית $ABCD$ נפגשים
בנקודה O. הנקודות E, F, G ו- H
נמצאות באמצעי הקטעים
AO, BO, CO ו- DO בהתאמה.
הוכח: המרובע $EFGH$ הוא מקבילית.

3. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.
הנקודות E, F, G ו- H נמצאות
על המשכי האלכסונים AC ו- BD.
נתון: $BF = DH$, $AE = CG$.
הוכח: המרובע $EFGH$ הוא מקבילית.

4. אלכסוני המרובע $ABCD$ נחתכים בנקודה E. נתון: E – אמצע AC,
$AB \parallel DC$. הוכח: המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.

מלבן

1. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
המלבן DEFG חסום בתוך המשולש.
הוכח: $AG = AF$.

2. המשולש ABC הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים $(\sphericalangle BAC = 90^\circ)$. המלבן EFGH שהיקפו 16 ס"מ חסום בתוך המשולש.
אורך הגובה המורד מקדקוד A לצלע BC הוא 5 ס"מ.
חשב את אורך הקטע EH.

תשובה: 2 ס"מ.

3. הנקודות E, F ו- G נמצאות על צלעות המלבן ABCD.
נתון: $AE = BF$, $AF = BG$.
א. הוכח: $\sphericalangle AFE = \sphericalangle BGF$
ב. הוכח: $EF \perp GF$.

מעוין

1. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות E ו- F נמצאות על הצלעות
AB ו- DC . נתון: $BE = DF$, $AE = CE$.
א. הוכח: המרובע AECF הוא מעוין.
ב. הוכח: מפגש האלכסונים של המקבילית
ABCD והמעוין AECF הוא באותה נקודה.

2. המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסוניו
נפגשים בנקודה O .
הנקודות E , F , G ו- H הן אמצעי
הקטעים AO , BO , CO ו- DO בהתאמה.
הוכח: המרובע EFGH הוא מעוין.

3. המרובע ABCD הוא דלתון $(AB = AD , BC = DC)$
שאלכסוניו נפגשים בנקודה E .
נתון: $CE = 2AE$, F אמצע הקטע CE .
הוכח: המרובע ABFD הוא מעוין.

ריבוע

1. הנקודות E ו- F נמצאות
על הצלעות AD ו- DC
של ריבוע ABCD .
נתון: $EF \parallel AC$. הוכח: $BE = BF$.

2. בריבוע ABCD הנקודות E ו- F
נמצאות על הצלעות AB ו- BC
בהתאמה. נתון: $BE = BF$.
א. הוכח: $AF = CE$.
ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.

3. על הצלעות AD ו- BC של ריבוע ABCD
בנו משולשים שווי-שוקיים:
משולש ADE $(AE = DE)$
ומשולש BCF $(BF = CF)$.
הוכח: המרובע EHFG הוא דלתון.

דמיון משולשים

1. המשולש ABC הוא ישר-זווית $(\sphericalangle C = 90^\circ)$.
נתון: $PQ \perp AB$.
א. הוכח: $\Delta APQ \sim \Delta ACB$.
ב. נתון: $AC =$ 21 ס"מ, $PQ =$ 4 ס"מ,
$CB =$ 12 ס"מ. חשב את אורך הקטע AP.

תשובה: ב. 7 ס"מ.

2. המשולש ABC הוא ישר-זווית $(\sphericalangle ACB = 90^\circ)$.
PS מאונך ל- AB. נתון: $AB =$ 20 ס"מ,
$AQ =$ 10 ס"מ, $QS =$ 6 ס"מ.
א. הוכח: $\Delta ASQ \sim \Delta PSB$.
ב. הוכח: $\Delta PQC \cong \Delta AQS$.

.4 המשולש ABC הוא ישר-זווית $(AC \perp BC)$.
CD הוא הגובה ליתר AB.
א. הוכח: $\Delta ADC \sim \Delta ACB$.
ב. הוכח: $AB \cdot AD = AC^2$.
ג. נתון: $AD =$ 16 ס"מ, $AC =$ 20 ס"מ.
חשב את אורך הקטע AB.

תשובה: ג. 25 ס"מ.

.5 בציור שלפניך נתון: $AC \perp BC$,
$BP \perp BC$, $PQ \perp AB$.
א. הוכח: $AC \cdot BP = AB \cdot BQ$.
ב. נתון: $BP =$ 5 ס"מ, $AC =$ 6 ס"מ,
$AQ =$ 7 ס"מ.
חשב את היקף המשולש BPQ.

תשובה: ב. 12 ס"מ.

.6 AB הוא חוצה-זווית של $\sphericalangle PAQ$,
ו- AC הוא חוצה זווית של $\sphericalangle PAS$.
נתון: $AP \perp BC$.
א. הוכח: $CP \cdot BP = AP^2$.
ב. נתון: $AP =$ 8 ס"מ, $\frac{BP}{CP} = \frac{1}{4}$.
מהו אורך הקטע BC?

תשובה: ב. 20 ס"מ.

.7 המשולש ABC הוא ישר-זווית $(AB \perp BC)$.
הנקודה D נמצאת על הצלע BC.
נתון: $AE \perp CE$, $\sphericalangle CAD = \sphericalangle DCE$.
הוכח: $AD \cdot CE = BD \cdot AC$.

.8 BP הוא חוצה-זווית של $\sphericalangle ABC$ במשולש AC.
Q היא נקודה על הצלע AB.
נתון: $\sphericalangle BPQ = \sphericalangle ACB$.
א. הוכח: $\Delta APQ \sim \Delta ABP$.
ב. הוכח: $AP^2 = AQ \cdot AB$.